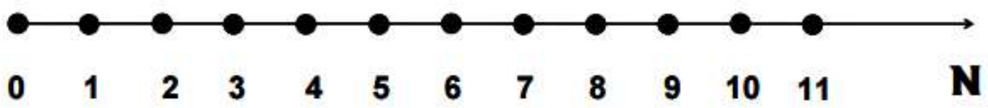
14. ACTIVIDADES HISTORIA UNIVERSA

1. Los números naturales.

Los números naturales son aquellos que sirven para designar la cantidad de elementos que posee un cierto conjunto. Se representan como **N.**

$$\mathbf{N} = \{ 0,1, 2, 3, 4,5, 6, 7, \cdots \}$$

Los números naturales son infinitos, pues para cada uno de ellos hay otro distinto que le sucede y que no le precede. Gráficamente, este conjunto se puede representar mediante una recta numérica en donde los números son los puntos:



El uso de los números naturales es algo cotidiano en nuestra cultura, su aprendizaje y manejo en operaciones aritméticas es uno de los conocimientos prácticos que más se utilizan en la vida cotidiana, por lo que su correcto uso, así como la habilidad numérica nunca son obsoletos.

Hay situaciones en las que el buen manejo de nuestras operaciones aritméticas con N, es suficiente para darles la una solución correcta y obtener la información que se requiere.

Una forma de clasificar a los números naturales es:

- **Unitario:** la unidad.
- **Primos:** los números distintos de la unidad que tienen sólo dos divisores; el mismo número y la unidad.
- **Compuestos:** los que tienen más de dos divisores.

Lectura y escritura de un Número N

2. **Los números primos y compuestos.**

Número primo absoluto.

Es aquel número primo entero positivo, mayor que 1, que se divide sin resto sólo por la unidad y por sí mismo.

Ejemplos: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, ...

Números Compuestos: Es aquel número entero positivo que admite divisores distintos de la unidad y de sí mismo.

Ejemplo: Divisores:

4 = 1, 2, 4

10= 1, 2, 5, 10

Observación: El 1 es el único número entero positivo que no es primo ni compuesto, pues tiene 1 solo divisor.

Entonces:

- **x** es **primo** si su únicos factores o divisores son 1 y x
- **x** es **compuesto** si admite otros divisores, además de 1 y x

Para saber si **x** es primo, se divide **x** por todos los números primos cuyo cuadrado sea menor o igual que el mismo. El número x es primo si las divisiones son inexactas.

A continuación se muestra un link donde podrás analizar un video sobre los números primos:

https://www.youtube.com/watch?v=e1XtzmR-4jk

1. Criterios de divisibilidad.

Para saber si un número, b, es divisor de otro, a, se efectúa la división y se comprueba si es o no exacta. Sin embargo, existen ciertas propiedades que permiten saber de forma cómoda y rápida si a es divisible por b para ciertos valores de b. Se llaman criterios de divisibilidad y los más utilizados son los que permiten saber si un número escrito en el sistema de numeración habitual es divisible por 2, 3, 5, 6, 9 u 11.

1. 1. Criterio de divisibilidad por 2

Un número es divisible por 2 si lo es su cifra de las unidades, es decir, si ésta es 0, 2, 4, 6 u 8. Por ejemplo, 3.524 es divisible por 2 porque acaba en 4, mientras que 5.427 no lo es porque termina en 7.

2. Criterio de divisibilidad por 3

Un número es divisible por 3 si la suma de sus cifras lo es. Por ejemplo, 5.472 es divisible por 3 porque 5 + 4 + 7 + 2 = 18 es divisible por 3, mientras que 2.540 no lo es porque 2 + 5 + 4 + 0 = 11 no es divisible por 3.

3. Criterio de divisibilidad por 5

Un número es divisible por 5 si lo es su cifra de las unidades, es decir, si ésta es 0 o 5. Por ejemplo, 740 es divisible por 5 porque acaba en 0 mientras que 3.551 no lo es porque termina en 1.

4. Criterio de divisibilidad por 6.

Un número es divisible por 6 si la cifra lo es entre 2 y entre 3, por ejemplo: 12 es divisible en 2 por terminar par y entre 3, por que la suma de los números de la cifra es tres.

5. Criterio de divisibilidad por 9.

Un número es divisible por 9, si es múltiplo de 3, si la suma de los números de la cifra es igual a nueve, ejemplo: 81 es divisible entre 3 por ser múltiplo de este y entre nueve por que la suma de sus números es igual a nueve.

6. **Criterio de divisibilidad por 11.**

Para averiguar si un número es divisible por 11 se procede del siguiente modo: se suman las cifras de lugar impar, se suman las cifras de lugar par y se restan los resultados. Si la diferencia es 0 o múltiplo de 11 entonces, y sólo entonces, el número lo es. Por ejemplo, para probar si 52833 es múltiplo de 11, se procede así:

$$(5 + 8 + 3) - (2 + 3) = 16 - 5 = 11$$

Por lo que 52.833 es múltiplo de 11.

Los criterios de divisibilidad son reglas que nos permiten reconocer sin que sea necesario hacer la división, si un número es divisible por otro.

Un número es divisible por...

- 2, si la última cifra es 0 o par.
- 3, si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.
- 5, si la última cifra es 0 o 5.
- 10, si la última cifra es 0.

Ejemplo:

Comprueba si 3,036 es divisible por 2, 3, 2, y 10.

- Es divisible por 2, porque acaba en cifra par.
- Es divisible por 3, porque 3 + 0 + 3 + 6 = 12, que es múltiplo de 3.
- No es divisible por 5, porque no acaba ni en 0 ni en 5.
- No es divisible por 10, porque no acaba en 0.

Descomposición factorial (FACTORIZACIÓN).

"Todo entero mayor que 1 y que no sea un número primo es igual al producto de un y sólo un conjunto de números primos". Este teorema fue demostrado por primera vez por el matemático alemán Carl Friedrich Gauss.

Dado un cierto número, por ejemplo 14, el teorema dice que se puede escribir de manera única como el producto de sus factores primos, en este caso

$$14 = 2 \cdot 7.$$

De la misma manera, $50 = 2 \cdot 5 \cdot 5 = 2 \cdot 5^2$.

El menor múltiplo y el mayor divisor común a varios números se pueden calcular utilizando sus descomposiciones en factores primos.

La descomposición factorial consiste en expresar un número compuesto como producto de sus factores primos. Todos los números compuestos se pueden descomponer en factores primos. Esta descomposición es única.

Para factorizar un número en primos se busca el primer primo que divide el número y se efectúa la división. El proceso se repite con el cociente obtenido hasta encontrar un cociente igual a uno, ejemplo: factorizar 42.

42 / 2 = 21

$$\begin{array}{r|l} 42 & 2 \\ 21 & \end{array}$$

21 / 3 = 7

$$\begin{array}{r|l} 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & \end{array}$$

7 / 7 = 1

$$\begin{array}{r|l} 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

42 = 2 x 3 x 7

Múltiplos y divisores de números enteros.

¿Cuándo es exacta una división?

- Una división es exacta cuando el resultado es exacto.
- Una división no es exacta cuando el resultado es diferente de 0.

Ejemplo:

68:4 = 17. Resta 0. Es exacto.

69:4= 17.25. Resta .25. No es exacto.

Si la división es **a:b** es exacta, podemos afirmar que:

- a es **divisible** por b.
- a es **múltiplo** de b.
- b es divisor de a

• El conjunto de los **divisores** de un número *a* lo obtenemos efectuando todas las divisiones posibles con los números positivos menores que *a* y seleccionando los números con los que la división es exacta.
• El conjunto de los **múltiplos** de un número *a* lo obtenemos multiplicando este número por los números enteros sucesivos.

Ejemplos:
Calcula los seis primeros múltiplos de 8.

Múltiplos de 8= 8, 16, 24, 32, 40, 48…

Determina los divisores de 6.

6:1= 6	6:2=3	6:3=2	6:4= 1
6:5= 1	6:6=1		

Divisores de 6 = 1,2,3,6

Descomposición en factores primos.

Un número entero se puede expresar como producto de diferentes números primos elevados a potencias. Esta expresión es la **descomposición en factores primos** del número.

EJEMPLO

13. Descompón 63 en factores primos.

$$63 : 3 \rightarrow \qquad \begin{array}{r|l} 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$
$$21 : 3 \rightarrow$$
$$7 : 7 \rightarrow$$

$$63 = 3 \cdot 3 \cdot 7 = 3^2 \cdot 7$$

A continuación se presenta link sobre el tema de descomponer el factores primos: https://www.youtube.com/watch?v=NPaBFe6QBDQ&t=54s

Máximo común divisor y mínimo común múltiplo.

• **El máximo común divisor (m.c.d.)** de varios números enteros es el número entero positivo mayor que es divisor de todos.

• El m.c.d. de varios números se obtiene descomponiendo los números en factores primos y multiplicando los factores primos comunes elevados a su exponente menor.

EJEMPLO

14. Calcula el máximo común divisor de 12 y 28 mediante la descomposición en factores.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array} \quad 12 = 2^2 \cdot 3 \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 28 & 2 \\ 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & 1 \end{array} \quad 28 = 2^2 \cdot 7$$

$\text{m.c.d.}(12, 28) = 2^2 = 4$

El mínimo común múltiplo (m.c.m.) de varios números enteros es el número entero positivo más pequeño que es múltiplo de todos.

• El m.c.m. se obtiene descomponiendo los números en factores primos y multiplicando los factores primos comunes y no comunes elevados a su exponente mayor.

EJEMPLO

15. Calcula el mínimo común múltiplo de 12 y 28 mediante la descomposición en factores.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array} \quad 12 = 2^2 \cdot 3 \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 28 & 2 \\ 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & 1 \end{array} \quad 28 = 2^2 \cdot 7$$

m.c.m. $(12, 28) = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 = 84$

A continuación se presenta el link sobre mínimo común múltiplo y máximo común divisor: https://www.youtube.com/watch?v=6Pg19-DMY6w