

Introducción al Álgebra.



El libro Kitab al-jabr wa al-muqabalah, fue la obra más importante del matemático árabe Al-Khowarizmi, parte de su título dio nombre a toda una disciplina matemática: el álgebra. Al-jabr quiere decir algo así como "restitución", que es lo que se intenta hacer cuando se resuelve una ecuación, restituir el valor de la incógnita.

Con el álgebra pasamos del número al símbolo, de lo particular a lo general. La gran expresividad del lenguaje algebraico facilita la obtención de relaciones, propiedades y la resolución de problemas.

Para trabajar eficazmente en matemáticas debemos operar convenientemente con expresiones algebraicas, de modo que se transformen las expresiones en otras idénticas, pero más fáciles de manejar.

El Álgebra es la rama de las matemáticas en la que se usan letras para representar relaciones aritméticas. Al igual que en la aritmética, las operaciones fundamentales del álgebra son adición, sustracción, multiplicación, división y cálculo de raíces.

El álgebra, por el contrario, puede dar una generalización que cumple las condiciones del teorema:

$$a^2 + b^2 + c^2$$

1. Lenguaje algebraico.

Se llama **incógnita** a todo aquello que se desconoce, en álgebra es la letra que representa un valor desconocido. En matemáticas una incógnita se representa con una letra, ejemplo:

- ¿Cuánto debemos sumar a 3 para obtener 10? $3 + x = 10$
- ¿Cuánto debemos restar a $4/5$ para obtener $1/5$? $4/5 - y = 1/5$
- ¿Qué cantidad multiplicada por 4 es igual a 0.2? $4z = 0.2$

Cuando se usan letras en una expresión matemática, se dice que se está haciendo uso del lenguaje algebraico, por ejemplo:

- La suma de dos números desconocidos: $a + b$
- El producto de dos números cualesquiera: xy (por convención, dos o más

ALGEBRA I

letras que no tienen signo de operación entre ellas, se interpreta como un producto, es decir, se están multiplicando. Se interpreta igual cuando hay un número y una letra juntos $3x$).



- Las expresiones en lenguaje algebraico se pueden traducir al lenguaje común:
 - $(a + b) - c$ la suma de dos números menos otro número
 - $m - 5$ un número cualquiera menos 5 unidades
 - $[(a + b) / 2] - 1$ La mitad de la suma de dos números, menos uno

En ocasiones, las letras pueden tomar muchos valores, en estos casos, reciben el nombre de **variables**.

Las variables, presentan números del lado izquierdo, estos se les llama **coeficiente**, este número multiplica a la variable o una expresión formada por variables.

El coeficiente representa la suma de variables iguales, ejemplo:

- $a + a + a = 3a$
- $z + z + z + z = 4z$
- $-c - c - c - c = -4c$
- $x^2 + x^2 + x^2 + x^2 + x^2 = 5x^2$

Si una expresión solo está formada por variables, su coeficiente es uno, el cual por convención no se escribe. El número que se encuentra como superíndice en la literal se le llama **exponente**.



2. Clasificación de las expresiones algebraicas.

Las expresiones algebraicas se clasifican en base a dos criterios:

ALGEBRA I

3

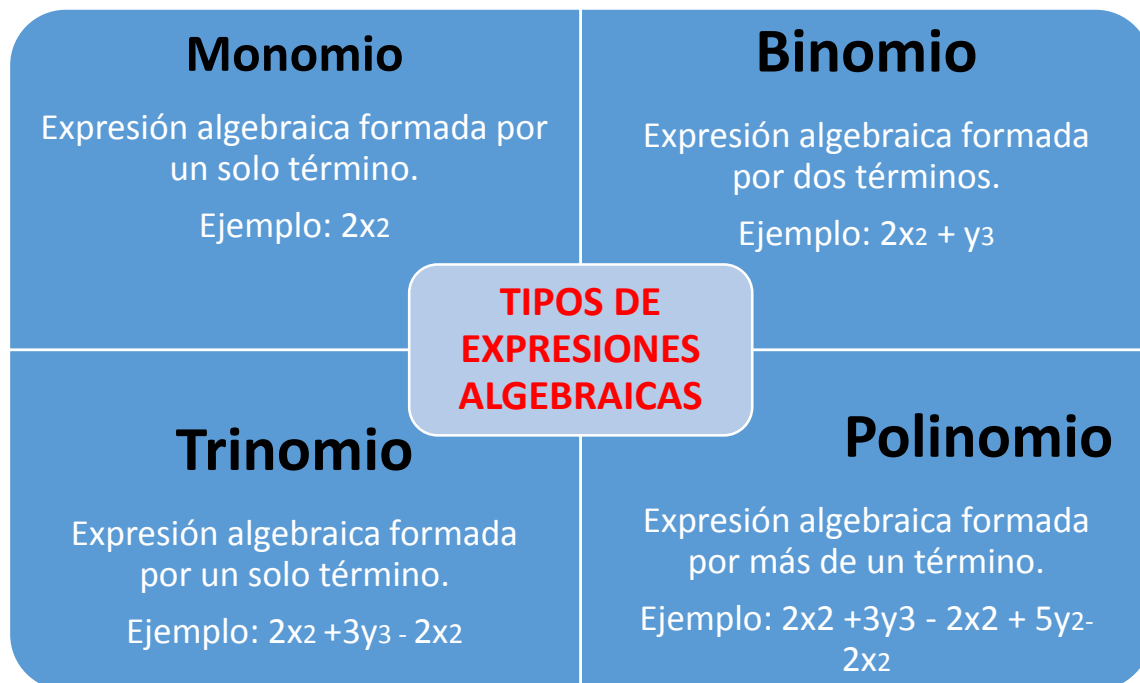
- En base al número de términos se nombran:
 - Monomios: cuando solo se tiene un solo término, ejemplo: $2x$, $3y$, $1/2x^2y$.
 - Binomios: cuando se tiene dos términos, ejemplos: $2x + 3y$, $2z + 1/3w$.
 - Trinomios: cuando se tienen tres términos, ejemplo: $2x + 5y + 12$.
 - Polinomios: cuando se tienen más de cuatro términos.
- En base a los exponentes de sus literales, se nombran:
 - De primer grado: cuando el exponente mayor de la literal es uno.
 - De segundo grado (cuadráticas): cuando el exponente mayor de todas las literales de los términos, es 2.
 - De tercer grado (cúbicas): cuando el exponente mayor de todas las literales de los términos, es 3.

Lo mismo para los de exponente 4, 5, 6, etc.

Terminología y notación.

En una expresión matemática se llaman **términos** a las expresiones separadas por los signos (+) y (-). Por ejemplo:

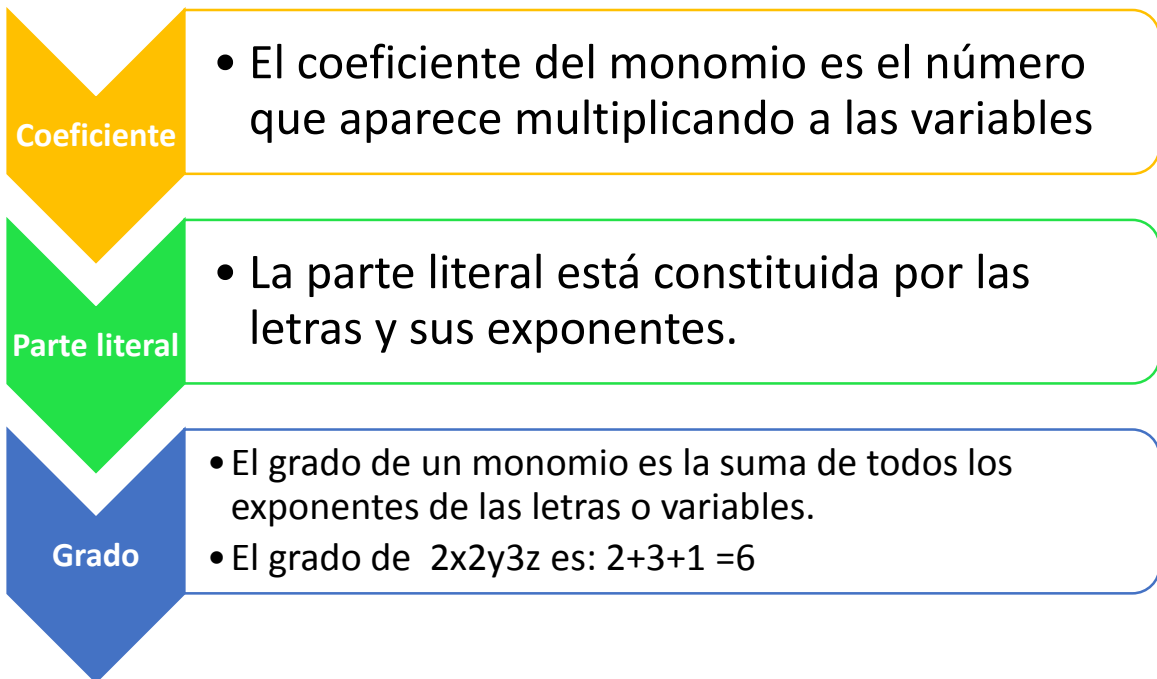
- $2x + 3y - 7z$, es una expresión con tres términos.
- $2w + 2x(3 - y) + 2 - 3b$, es una expresión de cuatro términos.



Monomios.

Son las más simples. Es una expresión algebraica en la que las únicas operaciones que aparecen entre las variables son el producto y la potencia de exponente natural.

Ejemplo: $2x^2y^3z$

**Monomios Semejantes.**

Son **términos semejantes** aquellos que tienen las mismas literales.

- $3f-7f$
- $-8x^3$ y $2x^3$
- $2m^2n^3$ y $5m^2n^3$
- $2bc$ y $15bc$

$3x^2$ y $\frac{2}{5}x^2$ Son semejantes

$8t$ y $5t$ Son semejantes

$2a^2$ y $2a$ No son semejantes

Suma y resta de Monomios.

La suma y resta de dos monomios semejantes es otro monomio semejante que

ALGEBRA I

tienen por coeficiente la suma o resta de los coeficientes.

5

$$\begin{aligned}5x + 2x &= 7x \\4a + 5a &= 9a \\-3x^2 - 2x^2 &= -5x^2 \\-8z^3 - 9z^3 &= -17z^3\end{aligned}$$

La suma /resta de monomios semejante permite a veces “reducir expresiones algebraicas” operando dentro de ella los monomios que sean semejantes.

$$3x^2 + 5x - 2x^2 - 9x = x^2 - 4x$$

$$2a + 5a - 9a + 8x^2 - 5x^2 = -2a + 3x^2$$

Los términos que no tienen literal (términos numéricos) se les llaman **términos independientes**, son semejantes por no tener variables.

A continuación se muestra un link donde se explican la suma y resta de monomios: <https://www.youtube.com/watch?v=ItWlb2OZG14>

Producto de Monomios.

El producto de dos monomios –sean o no semejantes- es otro monomio que tiene por coeficiente el producto de los coeficientes y de parte literal el producto de las partes literales. (Recuerda el producto de potencias de la misma base).

$$\begin{aligned}3x^2 \cdot 5x^3 &= 15x^5 \\4x \cdot -2x^5 &= -8x^6\end{aligned}$$

A continuación se muestra un link donde se explican la multiplicación de monomios: <https://www.youtube.com/watch?v=PIsqWbVV7P4>

Cociente de monomios.

Para que el cociente de dos monomios sea un monomio, el grado del monomio dividendo ha de ser igual o mayor que el del divisor. En caso contrario, el resultado es una fracción algebraica.

Cociente:

Resultado al que se llega tras dividir un número por otro.

En el primer caso, el cociente de dos monomios es otro monomio que tiene de coeficiente el cociente de los coeficientes y la parte literal es el cociente de las partes literales. (Recuerda el cociente de potencias de la misma base).

$$\begin{aligned} 12x^8 : 3x^5 &= 4x^3 \\ 7x^5 : 3x &= 4x^3 \end{aligned}$$

En el segundo caso, lo mejor es poner el cociente de monomios en forma de fracción, descomponer cada uno en todos los factores posibles y simplificar eliminando factores igual.

$$8x^2 : 2x^5 = \frac{8x^2}{2x^5} = \frac{222xx}{2xxxxx} = \frac{4}{x^3}$$

A continuación se muestra un link donde se explican la división de monomios:

<https://www.youtube.com/watch?v=QPHamfBihWE>